続

量子情報入門

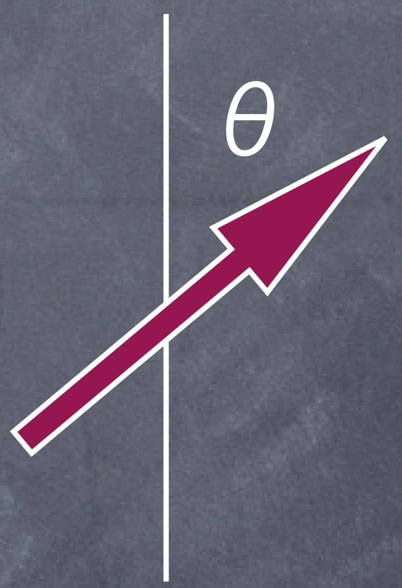
量子テレポートを中心に

全　卓樹

情報学科３年特別講義@高知工科大　平成１５年１２月２５日

量子矢印の復習

- アリスが矢印をθ傾いた状態に置く
  $|\theta\rangle = (\cos[\theta/2]、\sin[\theta/2])$



- ボブが矢印をϕ傾いた状態
  $\langle\phi| = (\cos[\phi/2]、\sin[\phi/2])$
  に見いだす確率は

- $P(\phi,\theta) = |\langle\phi|\theta\rangle|$^2

基底の重ねあわせ

- ある「基底セット」のみが観測される
- それは例えば｜↑＞＝（１、０）
  ｜↓＞＝（０、１）の組
- 任意の状態は基底の重ねあわせでかける

｜θ＞=cos[θ/2]｜↑＞＋sin[θ/2]｜↓＞

二つの矢印の量子状態

- ２つの量子矢印：

  $|\theta\rangle_1 = \cos[\theta/2]|\uparrow\rangle_1 + \sin[\theta/2]|\downarrow\rangle_1$

  $|\phi\rangle_2 = \cos[\phi/2]|\uparrow\rangle_2 + \sin[\phi/2]|\downarrow\rangle_2$

- 直積状態（または純粋状態）

  $|\theta\phi\rangle_{12} = |\theta\rangle_1 |\phi\rangle_2$

- 重ねあわせの原理からいって混合状態

  $|\Psi\rangle_{12} = \alpha|\theta\phi\rangle_{12} + \beta|\theta'\phi'\rangle_{12}$

  も可能な量子状態（${}_{12}\langle\Psi|\Psi\rangle_{12} = 1$）

二つの矢印の基底セット

- ｜↑↑>、｜↑↓>、｜↓↑>、｜↓↓>
  は二つの矢印の状態の基底セット
  何故なら＜↑↑｜↑↑＞＝１、
  ＜↑↓｜↑↑＞＝０ 、etc.

- この基底の重ね合せで二矢印状態を尽くす
  ｜Φ＞＝ α｜↑↓>+β｜↑↓>
  +γ｜↑↓>+δ｜↑↓>
  $（\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+\delta^2=1）$
  即ち、この基底は「観測可能な四つの状態」

二矢印のベル基底

- $|X_{\pm}\rangle \equiv 1/\sqrt{2}\{|\uparrow\downarrow\rangle \pm |\downarrow\uparrow\rangle\}$
  $|Y_{\pm}\rangle \equiv 1/\sqrt{2}\{|\uparrow\uparrow\rangle \pm |\downarrow\downarrow\rangle\}$
- $|X_{+}\rangle$、$|X_{-}\rangle$、$|Y_{+}\rangle$、$|Y_{-}\rangle$
  も二矢印の状態の基底セット（ベル基底）
  何故なら$\langle X_{+}|X_{+}\rangle = 1$、
  $\langle X_{+}|Y_{-}\rangle = 0$ 、etc.
- 任意の二矢印状態はベル基底の重ね合わせ
  ベル基底も「観測可能な四つの状態」

ベル基底での「からみ」

- ベル基底古典的に解釈不能：EPRパラドクス
- 例えば　$_1\langle\uparrow|X_\pm\rangle_{12} = 1/\sqrt{2}\ |\downarrow\rangle_2$
  $_1\langle\downarrow|X_\pm\rangle_{12} = \pm 1/\sqrt{2}\ |\uparrow\rangle_2$
  つまり$|X_\pm\rangle_{12}$で「矢印１」を観測すると
  ↑の確率1/2：この時「矢印２」は必ず↓
  ↓の確率1/2：この時「矢印２」は必ず↑
- からみ（Entanglement）：
  混合状態では一方の観測が他方の状態変える

三矢印のからみ

- 三つの矢印で次の混合状態考える
  $|\Psi\rangle_{123} \equiv 1/\sqrt{2}\{|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle_{123} - |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle_{123}\}$

- この状態は 二通りに解釈可能：
  $|\Psi\rangle_{123} = |\uparrow\rangle_1 |X_-\rangle_{23}$
  $|\Psi\rangle_{123} = -1/2\{|X_+\rangle_{12} + |X_-\rangle_{12}\}|\uparrow\rangle_3$
  $1/2\{|Y_+\rangle_{12} + |Y_-\rangle_{12}\}|\downarrow\rangle_3$

- ${}_{12}\langle X_\pm|\Psi\rangle_{123} = -1/2\,|\uparrow\rangle_3$
  「矢印１、２」同時観測にて$\langle X_\pm|$発見した瞬間に「矢印１」の状態が「矢印３」に移転

三矢印からみ少し一般化

- 三つの矢印で次の混合状態考える
  $|\Psi>_{123} \equiv |\theta>_1 |X_->_{23}$

- この状態は また
  $$
  \begin{aligned}
  |\Psi>_{123} = &-1/2\,|X_+>_{12}\ |\theta>_3 \\
  &-1/2\,|X_->_{12}\ \sigma_{3z}|\theta>_3 \\
  &+1/2\,|Y_+>_{12}\ \sigma_{3x}|\theta>_3 \\
  &+1/2\,|Y_->_{12}\ i\sigma_{3y}|\theta>_3
  \end{aligned}
  $$
  「矢印１、２」同時観測にて$<X_+|$発見した瞬間に「矢印１」の状態が「矢印３」に移転

量子テレポートの装備表

- 試みる事：
アリスが製造した状態を、イヴの媒介によって、ボブの手元に瞬時に移す
- アリスの備品：量子矢印製作機、観測器
ボブの備品　　：手ぶら
イヴの備品　　：量子矢印製作器
- 量子矢印製作器、観測器とも、２つの矢印をベル基底で製造したり観測できるとする。

量子テレポート

- （アリス）「矢印１」を $|\theta\rangle_1$ に置く
- （イヴ）「矢印２、３」を $|X_-\rangle_{23}$ に置く
  「２」をアリスに、「３」をボブに転送
- （アリス）「矢印２」を受け取り、「矢印１、２」を同時にベル基底で観測
- アリスは1/4の確率で $\langle X_-|$ を見い出す筈：
  この時ボブの手元には $|\theta\rangle_3$ が残る。

まとめ

- 複数物体の量子的存在様式に「ベル基底」というものがあり、古典的には解釈の難しい非局所性がある事を見た
- 「ベル基底」を媒介にすれば、任意の量子状態を瞬時に遠方へ移転できる事を学んだ
- 今後の量子情報通信の可能性について、楽観シナリオ、悲観シナリオ検討してみる

参考文献

- 佐川裕幸、吉田宣章「量子情報理論」シュプリンガー東京（２００２年）
- M. Nielsen & I. Chuang, “Quantum Computing and Quantum Information”, Cambridge Univ. Press, 2000